

מבחן דוגמה - מודלים חישוביים, סמסטר ב' תשע"ג (2013)

בית הספר למדעי המחשב, אוניברסיטת תל-אביב

מרצים: פרופ' ישי מנצור, ד"ר יפתח הייטנר

מתרגלים: מריאנו שיין, אורן זלצמן

הוראות

1. מומלץ לקרא את כל ההנחיות והשאלות בתחילת המבחן, לפני תחילת כתיבת התשובות.
2. משך הבחינה – שלוש שעות. לא תינתן כל הארכה נוספת.
3. חומר עזר מותר: שני דפי פוליו (דו צדדיים) בלבד עם שם התלמיד/ה.
4. יש לענות על השאלות הסגורות בטופס התשובות ועל השאלות הפתוחות במקום המיועד לכך בטופס השאלון (טופס זה). מחברות הבחינה לא ייקראו, וישמשו כטיטה בלבד.
5. יש למלא בכל דף של השאלון מספר ת.ז. ומספר מחברת. יש למלא בטופס התשובות שם, מספר ת.ז. ומספר גרסה.
6. במבחן 14 שאלות סגורות ו-5 שאלות פתוחות.
 - א. בנוגע לשאלות הסגורות:
 - סה"כ 32 נקודות. הניקוד לכל שאלה מופיע לידה מספר השאלה.
 - תשובה שגויה לא תזכה לנקודות.
 - לכל שאלה יש לסמן תשובה אחת בטופס התשובות המצורף.
 - יש לזכור למלא שם, ת.ז. ומספר גרסה בטופס התשובות המצורף.
 - ב. בנוגע לשאלות הפתוחות:
 - סה"כ 70 נקודות. הניקוד לכל שאלה מופיע לידה מספר השאלה.
 - סימון "תשובה ריקה" יזכה בחלק (קטן) מהנקודות כמצוין ליד מספר השאלה.
 - יש לענות על השאלות במקום המיועד לכך בטופס השאלון.
 - יש לענות תשובות ברורות ענייניות ותמציתיות.
7. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בכיתה (בהרצאה, בתרגול, או בתרגיל בית) בתנאי שמצטטים אותה במדויק. טענות אחרות (כאלה שהוכחו בספר, בהרצאות מהסמסטר הקודם, וכו') יש להוכיח.
8. יש להניח $P \neq NP$, אלא אם מצוין אחרת.

בהצלחה!

חלק א: שאלות סגורות

חלק א.1

עבור חמש בעיות (שפות) A, B, C, D, E נתון:

- יש רדוקציה פולינומיאלית מ-A ל-B
- יש רדוקציה פולינומיאלית מ-B ל-E
- יש רדוקציה פולינומיאלית מ-C ל-B
- יש רדוקציה פולינומיאלית מ-A ל-D
- יש רדוקציה פולינומיאלית מ-D ל-E

בכל אחת מהשאלות הבאות מוצגת טענה. בטופס התשובות יש לבחור ע"פ המפתח הבא:

- הטענה נכונה, עבור כל בחירה של השפות A, B, C, D, E
- הטענה לא נכונה, עבור כל בחירה של השפות A, B, C, D, E
- לפעמים (בחירה של השפות A, B, C, D, E) הטענה נכונה ולפעמים הטענה אינה נכונה

טענה 1 (2 נקודות)

E היא NP-complete ו-A אינה NP-complete

טענה 2 (2 נקודות)

אם B ו-D אינם P אזי E אינה P

טענה 3 (2 נקודות)

אם B היא P ו-D היא NP אזי A היא P

טענה 4 (2 נקודות)

אם המשלים של E אינו P אזי C היא P

טענה 5 (2 נקודות)

B היא RE ולא R ו-C היא NP

חלק א.2

עבור חמש בעיות (שפות) A, B, C, D, E נתון:

- יש רדוקציה מיפויי מ-A ל-B
- יש רדוקציה מיפויי מ-B ל-E
- יש רדוקציה מיפויי מ-C ל-B
- יש רדוקציה מיפויי מ-A ל-D
- יש רדוקציה מיפויי מ-D ל-E

בכל אחת מהשאלות הבאות מוצגת טענה. בטופס התשובות יש לבחור ע"פ המפתח הבא:

- הטענה נכונה, עבור כל בחירה של השפות A, B, C, D, E
- הטענה לא נכונה, עבור כל בחירה של השפות A, B, C, D, E
- לפעמים (בחירה של השפות A, B, C, D, E) הטענה נכונה ולפעמים הטענה אינה נכונה

טענה 6 (2 נקודות)

אם A היא RE ו-C היא co-RE אזי B היא ב-R

טענה 7 (2 נקודות)

E אינה ב-R או ב-co-RE, ו-A היא ב-R

טענה 8 (2 נקודות)

D היא בעיית העצירה ו-A היא בעיית SAT

טענה 9 (2 נקודות)

אם E אינה ב-R ו-B ב-R אזי C ו-A ב-R

טענה 10 (2 נקודות)

E היא ב-R ו-A אינה ב-R

חלק א.3

בכל אחת מן השאלות הבאות נתונות שתי שפות L_1, L_2 . בטופס התשובות יש לבחור ע"פ המפתח הבא:

- א. אם מתקיים $L_1 \subsetneq L_2$
- ב. אם מתקיים $L_2 \subsetneq L_1$
- ג. אם מתקיים $L_1 = L_2$
- ד. אם לא מתקיים אף אחד מהסעיפים הנ"ל

טענה 11 (3 נקודות)

$R_1 = (0^*10^*)^*$ הינו הביטוי הרגולרי: $L_1 = L(R_1)$ כאשר

$R_2 = (1^*01^*)^*$ הינו הביטוי הרגולרי: $L_2 = L(R_2)$ כאשר

טענה 12 (3 נקודות)

$L_1 = L(G_1)$ כאשר G_1 הינו דקדוק חסר הקשר אשר מתואר ע"י כללי הגזירה הבאים:

$S \rightarrow 0S1 \mid A$ $A \rightarrow 1A0 \mid B$ $B \rightarrow 2B2 \mid \epsilon$

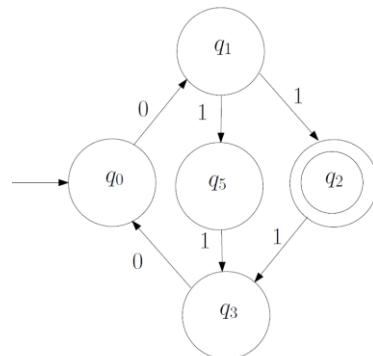
$L_2 = L(G_2)$ כאשר G_2 הינו דקדוק חסר הקשר אשר מתואר ע"י כללי הגזירה הבאים:

$S \rightarrow ABA$ $A \rightarrow 0A1 \mid B$ $B \rightarrow 22B \mid B22 \mid \epsilon$

טענה 13 (3 נקודות)

$R = (01 \cup 1001)^*$ הינו הביטוי הרגולרי: $L_1 = L(R)$ כאשר

$L_2 = L(N)$ כאשר N הינו אוטומט סופי לא דטרמיניסטי אשר מתואר ע"י האיור הבא:



טענה 14 (3 נקודות)

$L_1 = L(G)$ כאשר G הינו דקדוק חסר הקשר אשר מתואר ע"י כללי הגזירה הבאים:

$S \rightarrow AB$ $A \rightarrow 00A1 \mid \epsilon$ $B \rightarrow 1B00 \mid \epsilon$

$R = (00)^*(11)^*(00)^*$ הינו הביטוי הרגולרי: $L_2 = L(R)$ כאשר

חלק ב: שאלות פתוחות

שאלה 1 (20 נקודות).
אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) (4 נקודות)

בעיית ההכרעה $ThirdClique$ היא הבעיה הבאה:

קלט: $G = \langle V, E \rangle$ גרף

שאלה: האם קיים בגרף קליק בגודל שליש ממספר הצמתים V לפחות

הוכח ש $ThirdClique$ היא **NPC**

1. הראה כי $ThirdClique$ היא ב **NP**

2. הראה רדוקציה מ $Clique$ ל $ThirdClique$

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 2 (20 נקודות).

אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) (4 נקודות)

נתונה השפה הבאה:

$L = \{ \langle M \rangle : M \text{ is a Turing Machine and } L(M) = \{00,11\} \}$

1. הראה ש-L אינה ב-RE
2. הראה ש-L אינה ב-co-RE

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 3 (10 נקודות).
אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) (2 נקודות)

נסמן ב- $\#_a(x)$ את מספר המופעים של האות a במילה x . תהי L השפה הבאה מעל הא"ב $\{0,1\}$:
 $L = \{x \text{ s.t. } \#_1(x) > 3 \#_0(x)\}$. נראה ש- L אינה שפה רגולרית ע"י משפט Myhill-Nerode בסעיפים הבאים:

- (1) הגדרי את יחס השקילות \sim_L אשר משמש במשפט Myhill-Nerode
- (2) תארו אינסוף מחלקות שקילות עבור השפה L שהוגדרה
- (3) הראהי שכל שני איברים בכל מחלקת שקילות (מסעיף 2) אכן מקיימים את יחס השקילות
- (4) הראהי שכל שני איברים במחלקות שקילות שונות (מסעיף 2) אינן מקיימים את יחס השקילות

תעודת זהות:

מספר מחברת:

שאלה 4 (10 נקודות).
אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) (2 נקודות)

נתונה השפה הבאה:

$\{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM that only moves to the right and there exists an input that } M \text{ does not halt on} \}$

יש להוכיח שהשפה ב P.

תעודת זהות:

מספר מחברת:

נ

שאלה 5 (10 נקודות).
אינני עונה על השאלה (תשובה ריקה) (2 נקודות)

האם זה נכון ש- RE סגורה תחת פעולת כוכב (סגור קליני).

יש לסמן: נכון \ לא נכון

הסבר: